



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»
по естественным наукам

11 класс

Заключительный тур
Вариант 1

2017-2018

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной на плоскости Oxy линиями $x=2$, $x=3$, $y=0$, $y=x^{1/\ln x}$. (11 баллов)

2. Площадь треугольника ABC равна 1. На лучах AB , BC , CA отложены соответственно точки B' , C' , A' , при этом $BB'=2AB$, $CC'=3BC$, $AA'=4CA$. Вычислите площадь треугольника $A'B'C'$. (13 баллов)

3. Решите уравнение $\sqrt{\frac{x-2}{11}} + \sqrt{\frac{x-3}{10}} + \sqrt{\frac{x-4}{9}} = \sqrt{\frac{x-11}{2}} + \sqrt{\frac{x-10}{3}} + \sqrt{\frac{x-9}{4}}$.

(13 баллов)

4. При каких значениях параметра a система уравнений

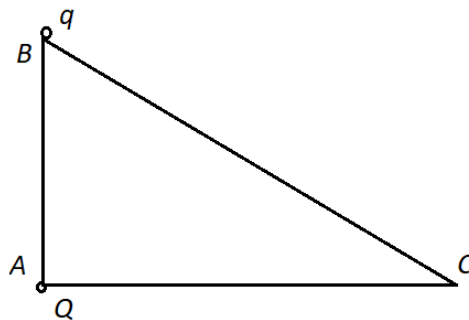
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 + 4y = 0, \\ x + ay + az - a = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение? (13 баллов)

5. Двигатель автомобиля, который едет со скоростью $v_0 = 72$ км/ч, работает с мощностью $P = 50$ кВт. Определите, на каком расстоянии от точки выключения двигателя остановится автомобиль, если сила сопротивления движению автомобиля пропорциональна его скорости. Масса автомобиля $m = 1500$ кг. (15 баллов)

6. Один моль идеального газа расширили так, что в ходе процесса, давление газа оказалось прямо пропорционально его объёму. При этом газ нагрелся на $\Delta T = 100$ °С. Определите работу, совершённую газом в этом процессе. Газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/моль·К. (15 баллов)

7. Два маленьких шарика с зарядами $Q = -40 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$ и $q = 50 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$ расположены в вершинах A и B склона горы (см. рис.). Известно, что $AB = 4 \text{ м}$, $AC = 5 \text{ м}$. Массы шариков одинаковые и равны по $m = 100 \text{ г}$ каждый. В начальный момент времени шарик с зарядом q отпускают с нулевой начальной скоростью. Определите его скорость в момент времени, когда он окажется в точке C . Поверхность склона горы считать гладкой. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$, коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$. (10 баллов)



8. На плоскопараллельную стеклянную пластинку нормально падает тонкий луч света. За пластинкой на некотором расстоянии от неё стоит идеальное зеркало (для него коэффициент отражения равен единице). Плоскость зеркала параллельна пластинке. Известно, что интенсивность луча, прошедшего через данную систему в 256 раз меньше интенсивности падающего луча. Коэффициент отражения на границе стекло–воздух считать постоянным независимо от направления хода луча. Поглощением и рассеянием света в воздухе и стекле пренебречь. Найдите коэффициент отражения на границе стекло-воздух в данных условиях. (10 баллов)